

11. 計算下列物體的角速率，以rad/s 的單位表示：(a)地球對其轉軸轉動；(b)時鐘分針的轉動；(c)時鐘時針的轉動；(d)以300 rpm轉動的打蛋器。

解：

(a)地球自轉一圈 $\Delta\theta = 2\pi\text{rad}$  ， 費時 $\Delta t = 24\text{ h} = 86400\text{ s}$

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{2\pi}{86400} \text{ rad/s} = 7.27 \times 10^{-5} \text{ rad/s}$$

(b)分針轉一圈 $\Delta\theta = 2\pi\text{rad}$  ， 費時 $\Delta t = 1\text{ h} = 3600\text{ s}$

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{2\pi}{3600} \text{ rad/s} = 1.75 \times 10^{-3} \text{ rad/s}$$

(c)時針轉一圈 $\Delta\theta = 2\pi\text{rad}$  ， 費時 $\Delta t = 12\text{ h} = 43200\text{ s}$

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{2\pi}{43200} \text{ rad/s} = 1.45 \times 10^{-4} \text{ rad/s}$$

$$(d)\omega = 300\text{rpm} = 300 \frac{\text{rev}}{\text{min}} \times \frac{2\pi}{1\text{rev}} \times \frac{1\text{min}}{60\text{s}} = 31.4 \text{ rad/s}$$

12. 某光碟的轉速在74 min內從200 rpm增加至500 rpm，則其平均角加速度為何？分別以單位(a) rpm/s，(b)rad/s<sup>2</sup>表示之。

解：

$$\omega_0 = 200 \text{ rpm} \rightarrow \omega = 500 \text{ rpm} \quad , \quad \text{費時} \Delta t = 74 \text{ min} = 4440 \text{ s}$$

$$\Delta\omega = \omega - \omega_0 = (500 - 200)\text{rpm} = 300 \text{ rpm}$$

$$= 300 \frac{\text{rev}}{\text{min}} \times \frac{2\pi \text{ rad}}{1 \text{ rev}} \times \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} = 31.4 \text{ rad/s}$$

$$(a) \bar{\alpha} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{300}{4440} \text{ rpm/s} = 6.76 \times 10^{-2} \text{ rpm/s} \approx 6.8 \times 10^{-2} \text{ rpm/s}$$

$$(b) \bar{\alpha} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{31.4 \text{ rad/s}}{4440 \text{ s}} = 7.1 \times 10^{-3} \text{ rad/s}^2$$

13. 旋轉木馬由靜止開始以加速度  $0.010 \text{ rad/s}^2$  轉了  $14 \text{ s}$ 。(a) 在這段時間內它轉了多少圈？(b) 其平均角速率為何？

解：

$$\omega_0 = 0, \alpha = 0.010 \text{ rad/s}^2, \Delta t = 14 \text{ s}$$

(a)  $\Delta\theta = ? \text{ rev}$

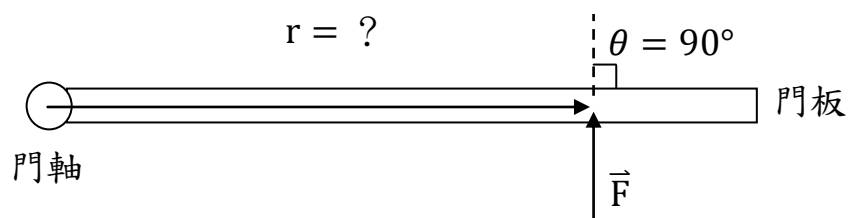
$$\Delta\theta = \omega_0 \Delta t + \frac{1}{2} \alpha (\Delta t)^2 = 0 + \frac{1}{2} \times 0.010 \times 14^2 \text{ rad}$$

$$= 0.98 \text{ rad} \approx 0.16 \text{ rev}$$

(b)  $\bar{\omega} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{0.98}{14} \text{ rad/s} = 0.07 \text{ rad/s}$

14. 某旋轉門需要施加  $110 \text{ N} \cdot \text{m}$  的力矩才能推動。若小孩最大的推力為  $90 \text{ N}$ ，則她的施力點最少須距離轉軸多遠才能推動此門？

解：

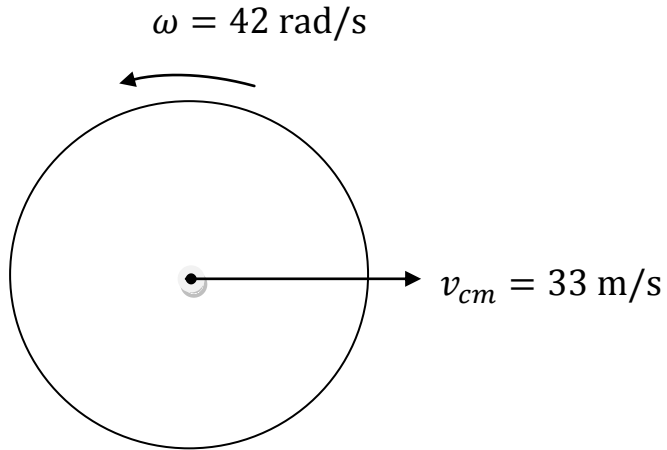


$$\tau = rF \sin \theta$$

$$r = \frac{\tau}{F \sin \theta} = \frac{110}{90 \sin 90^\circ} \text{ m} = 1.2 \text{ m}$$

18. 一個150 g 棒球以自轉角速率42 rad/s 以及33 m/s 的速率投出，如果將半徑為3.7 cm 的棒球視為均勻的實心球，則其轉動動能佔總動能的比例為何？

解：



$$K_{Tot} = K_{cm} + K_{rot}$$

$$= \frac{1}{2} M v_{cm}^2 + \frac{1}{2} I_{cm} \omega^2$$

$$\frac{K_{rot}}{K_{Tot}} = \frac{\frac{1}{2} I_{cm} \omega^2}{\frac{1}{2} M v_{cm}^2 + \frac{1}{2} I_{cm} \omega^2} = \frac{\left(\frac{2MR^2}{5}\right) \omega^2}{M v_{cm}^2 + \left(\frac{2MR^2}{5}\right) \omega^2}$$

$$= \frac{2R^2 \omega^2}{5v_{cm}^2 + 2R^2 \omega^2} = \frac{2 \times 0.037^2 \times 42^2}{5 \times 33^2 + 2 \times 0.037^2 \times 42^2} \approx 0.089 \%$$

20. 某車輪從靜止以角加速度 18 rpm/s 轉了兩圈，則(a) 其末角速率為

何？(b) 花了多久時間？

解：

$$\alpha = 18 \frac{\text{rpm}}{\text{s}} = 18 \frac{\text{rev}}{\text{min} \cdot \text{s}} \times \frac{2\pi \text{ rad}}{1 \text{ rev}} \times \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} = 0.6\pi \text{ rad/s}^2$$

$$\omega_0 = 0, \quad \Delta\theta = 2 \text{ rev} = 4\pi \text{ rad}$$

$$(a) \quad \omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha\Delta\theta$$

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 + 2\alpha\Delta\theta} = \sqrt{0 + 2 \times (0.6\pi) \times (4\pi)} \text{ rad/s} = 6.9 \text{ rad/s}$$

$$(b) \quad \omega = \omega_0 + \alpha t$$

$$\text{所以 } t = \frac{\omega - \omega_0}{\alpha} = \frac{6.9 - 0}{0.6\pi} \text{ s} = 3.7 \text{ s}$$

21. 你使汽車的引擎加速旋轉，看著轉速表的指針在 2.7 s 內轉速從 1200 rpm 穩定地上升到 5500 rpm，求 (a) 引擎的角加速度，(b) 引擎內直徑 3.5 cm 之曲軸邊緣上一點的切線加速度，(c) 在此期間內引擎的轉動圈數。

解：

加速耗時  $\Delta t = 2.7 \text{ s}$

起始角速度  $\omega_i = 1200 \text{ rpm} = 40\pi \text{ rad/s}$

末角速度  $\omega_f = 5500 \text{ rpm} = \frac{550\pi}{3} \text{ rad/s}$

(a) 角加速度

$$\alpha = \frac{\omega_f - \omega_i}{\Delta t} = \frac{(550\pi/3) - 40\pi}{2.7} \text{ rad/s}^2 = 167 \text{ rad/s}^2 \approx 170 \text{ rad/s}^2$$

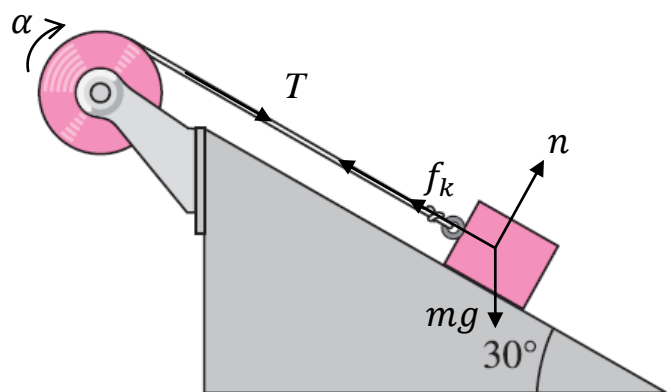
(b)  $r = \frac{0.035}{2} \text{ m} = 0.0175 \text{ m}$  處的切線加速度

$$a_t = r\alpha = 0.0175 \times 167 \text{ m/s}^2 = 2.9 \text{ m/s}^2$$

(c)  $\omega_f^2 = \omega_i^2 + 2\alpha\Delta\theta$

$$\text{轉動圈數 } \Delta\theta = \frac{\omega_f^2 - \omega_i^2}{2\alpha} = \frac{(550\pi/3)^2 - (40\pi)^2}{2 \times 167} \text{ rad} = 945 \text{ rad} \approx 150 \text{ rev}$$

23. 一個 2.4 kg 的木塊靜止於斜面上，其中一端以質量可忽略不計的細線捲繞在質量與半徑分別為 0.85 kg 與 5.0 cm 的實心轉輪上，如圖 10.27 所示。當木塊釋放後沿著斜面向下的加速度為  $1.6 \text{ m/s}^2$ ，求木塊與斜面之間的摩擦係數。



←圖 10.27

解：

木塊：

$$mg \sin \theta - f_k - T = ma$$

$$n - mg \cos \theta = 0$$

$$\text{且 } f_k = \mu_k n$$

$$\rightarrow mg \sin \theta - \mu_k mg \cos \theta - T = ma \quad (1)$$

實心轉輪：

$$\tau = I\alpha \rightarrow TR = I\alpha = \left(\frac{1}{2}MR^2\right)\left(\frac{a}{R}\right)$$

$$\rightarrow T = \frac{1}{2}Ma \quad \text{代回(1)}$$



$$\rightarrow mg \sin \theta - \mu_k mg \cos \theta - \frac{1}{2}Ma = ma$$

$$\rightarrow \mu_k = \frac{mg \sin \theta - ma - \frac{1}{2}Ma}{mg \cos \theta}$$

$$= \frac{2.4 \times 9.8 \sin 30^\circ - 2.4 \times 1.6 - \frac{1}{2} \times 0.85 \times 1.6}{2.4 \times 9.8 \times \cos 30^\circ}$$

$$\approx 0.36$$

24. 一台拉坯輪車由直徑90 cm 質量120 kg 的石頭圓盤所構成，若陶藝家用腳施力75 N 作用於原本靜止的圓盤外緣，使其轉了八分之一圈，則其末角速率為何？

解：

功能定理

$$W = \Delta k$$

$$\tau \Delta\theta = \frac{1}{2} I \omega^2 \quad , \quad \text{其中 } \Delta\theta = \frac{1}{8} \text{ rev} = \frac{\pi}{4} \text{ rev}$$

$$(FR) \Delta\theta = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{2} MR^2 \right) \omega^2$$

$$\text{所以 } \omega = \pm \sqrt{\frac{4F\Delta\theta}{MR}} = \pm \sqrt{\frac{4 \times 75 \times \frac{\pi}{4}}{120 \times 0.45}} \text{ rad/s} = \pm 2.1 \text{ rad/s}$$