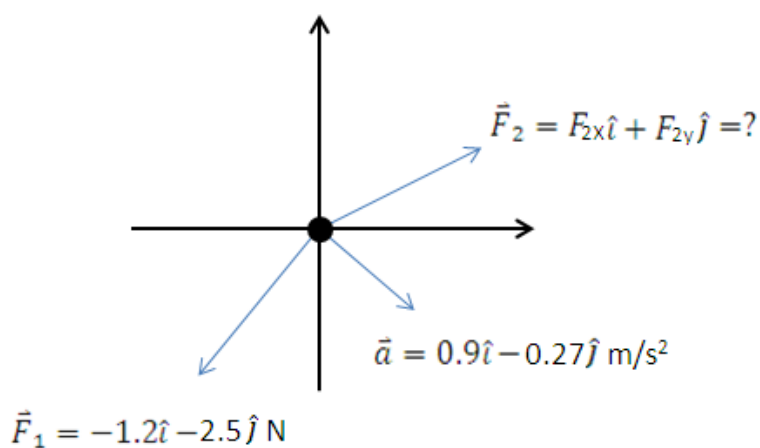


第五章 牛頓定律的應用(習題詳解)

8. 兩個作用力施加於 3.1 kg 的物體，使它以加速度 $\vec{a} = (0.91\hat{i} - 0.27\hat{j})$ m/s² 移動，如果其中一個作用力為 $(-1.2\hat{i} - 2.5\hat{j})$ N，求另一個為何？

解：



$$\Sigma \vec{F} = m\vec{a}$$

$$(-1.2\hat{i} - 2.5\hat{j}) + (F_{2x}\hat{i} + F_{2y}\hat{j}) = 3.1 \times (0.91\hat{i} - 0.27\hat{j})$$

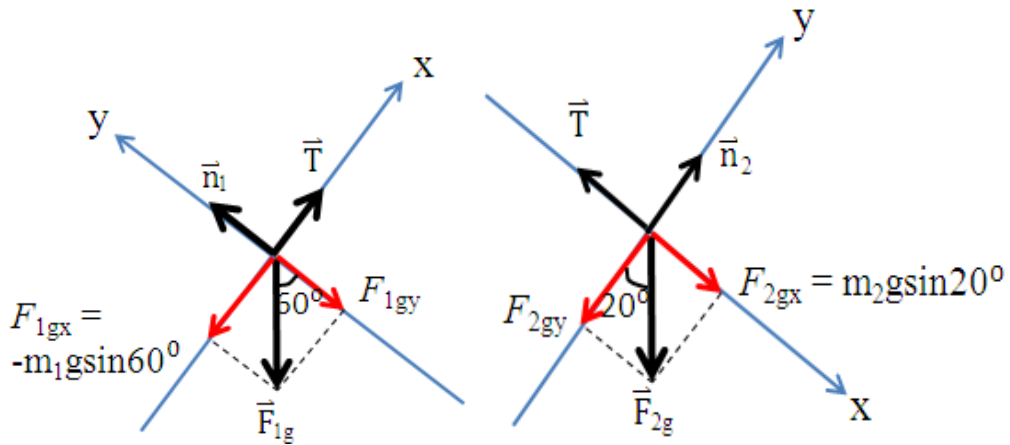
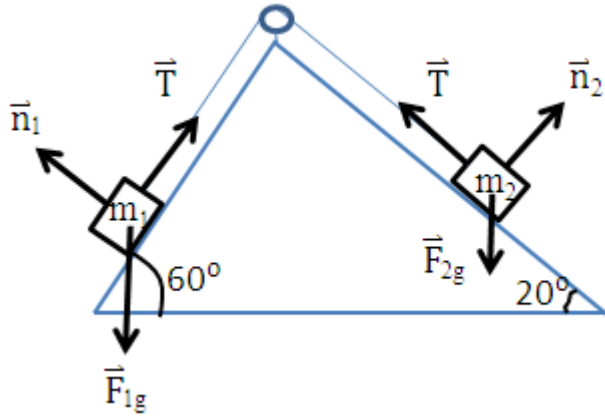
$$\text{X 分量: } -1.2 + F_{2x} = 2.82 \Rightarrow F_{2x} = 4.02$$

$$\text{Y 分量: } -2.5 + F_{2y} = -0.84 \Rightarrow F_{2y} = 1.66$$

$$\therefore \vec{F}_2 = F_{2x}\hat{i} + F_{2y}\hat{j} = 4.0\hat{i} + 1.7\hat{j} \text{ N}$$

10. 如果圖 5.30 左邊的斜面與水平的夾角為 60° ，右邊為 20° ，
當兩物體不會沿著無摩擦的斜面滑動時，它們的質量比值為何？

解：



$$m_1: x \text{ 分量} \quad T - m_1g \sin 60^\circ = 0 \quad (1)$$

$$m_2: x \text{ 分量} \quad m_2g \sin 20^\circ - T = 0 \quad (2)$$

$$(1)+(2) \Rightarrow \quad m_1g \sin 60^\circ = m_2g \sin 20^\circ$$

$$\therefore \text{右邊對左邊的質量比} \frac{m_2}{m_1} = \frac{\sin 60^\circ}{\sin 20^\circ} = 2.5$$

11. 如果圖 5.30 左邊的斜面與水平的夾角為 60° ，右邊為 20° ，如果左邊物體的質量為 2.1 kg ，則右邊物體在下面兩個條件下其質量應為何？ (a) 沿著右邊的斜坡向下以 0.64 m/s^2 的加速度移動，(b) 沿著右邊的斜坡向上以 0.76 m/s^2 的加速度移動。

解：

m_1 和 m_2 的加速度同為 \vec{a} (x-軸上)

$$m_1: \text{x 分量} \quad T - m_1 g \sin 60^\circ = m_1 a \quad (1)$$

$$m_2: \text{x 分量} \quad m_2 g \sin 20^\circ - T = m_2 a \quad (2)$$

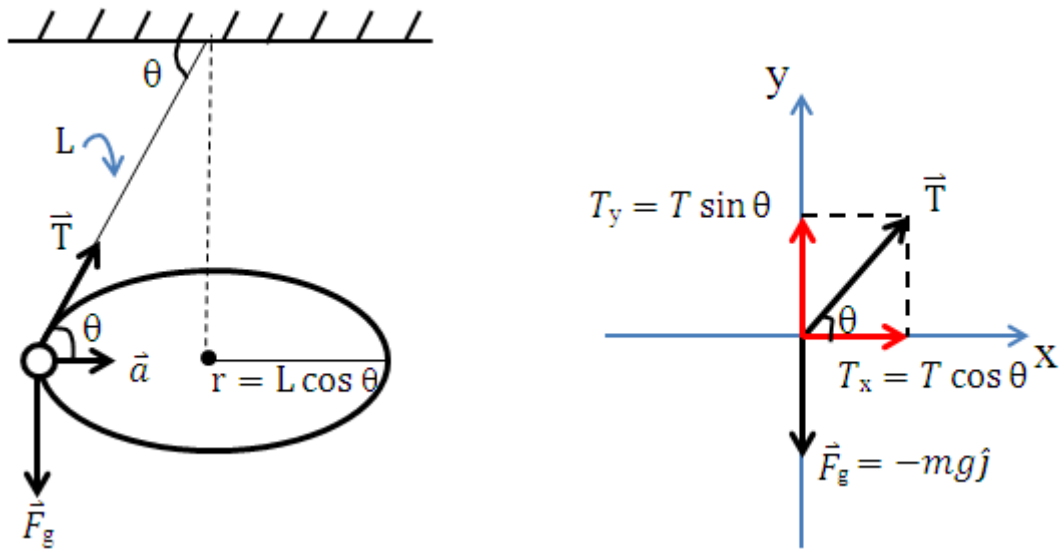
$$(1) + (2) \Rightarrow m_2 = \frac{m_1(g \sin 60^\circ + a)}{g \sin 20^\circ - a}$$

$$(a) \quad a = 0.64 \text{ m/s}^2$$
$$m_2 = \frac{2.1 \times (9.8 \sin 60^\circ + 0.64)}{9.8 \sin 20^\circ - 0.64} = 7.1 \text{ kg}$$

$$(b) \quad a = -0.76 \text{ m/s}^2$$
$$m_2 = \frac{2.1 \times (9.8 \sin 60^\circ - 0.76)}{9.8 \sin 20^\circ - (-0.76)} = 3.9 \text{ kg}$$

12. 質量為 940 g 的岩石由一條長為 1.30 m 的繩子綁著，在水平面做等速率圓周運動，如果繩子可以承受的最大張力為 120 N，則下面兩物理量各為何：(a)繩子與水平之最小夾角？ (b)在最小夾角時，岩石的速率。

解：



$$x \text{ 方向合力: } T_x = ma \quad \Rightarrow \quad T \cos \theta = m \frac{v^2}{r} \quad (1)$$

$$y \text{ 方向合力: } T_y - mg = 0 \quad \Rightarrow \quad T \sin \theta = mg \quad (2)$$

(a) T 最大時， θ 有極小值，由(2)

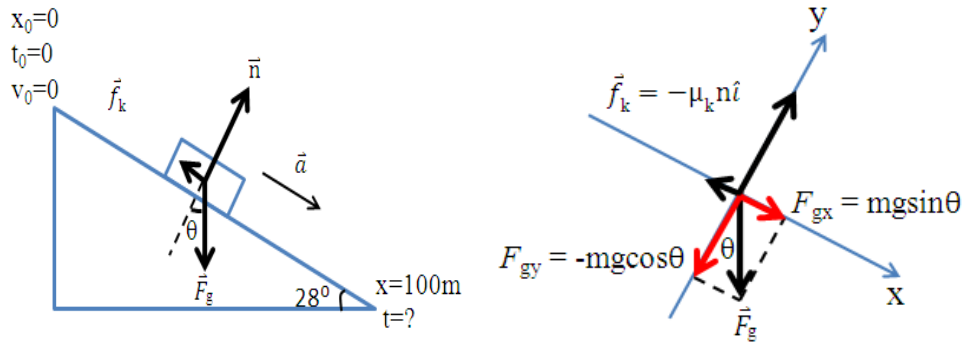
$$\sin \theta_{\min} = \frac{mg}{T_{\max}} \Rightarrow \theta_{\min} = \sin^{-1} \frac{mg}{T_{\max}} = \sin^{-1} \left(\frac{0.94 \times 9.8}{120} \right) = 4.40^\circ$$

(b) 由(1)和 $r = L \cos \theta$ ，得

$$v = \sqrt{\frac{T_{\max} L}{m}} \cos \theta_{\min} = \sqrt{\frac{120 \times 1.30}{0.94}} \cos 4.40^\circ = 12.8 \text{ m/s}$$

14. 某滑雪者從靜止啟動，沿著傾斜度為 28° 長 100 m 的斜坡滑下，如果動摩擦係數分別為 0.17 以及 0 ，則這兩種情形滑雪者達底部所花時間差為多少？

解：



$$x \text{ 方向合力: } \quad mg \sin \theta - \mu_k n = ma \quad (1)$$

$$y \text{ 方向合力: } \quad n - mg \cos \theta = 0 \quad (2)$$

由(2) $\Rightarrow n = mg \cos \theta$ 代入(1)

$$\text{得 } a = (\sin \theta - \mu_k \cos \theta)g$$

$$\text{由 } x = \frac{1}{2}at^2, \text{ 得下滑所需時間 } t = \sqrt{\frac{2x}{a}} = \sqrt{\frac{2x}{(\sin \theta - \mu_k \cos \theta)g}}$$

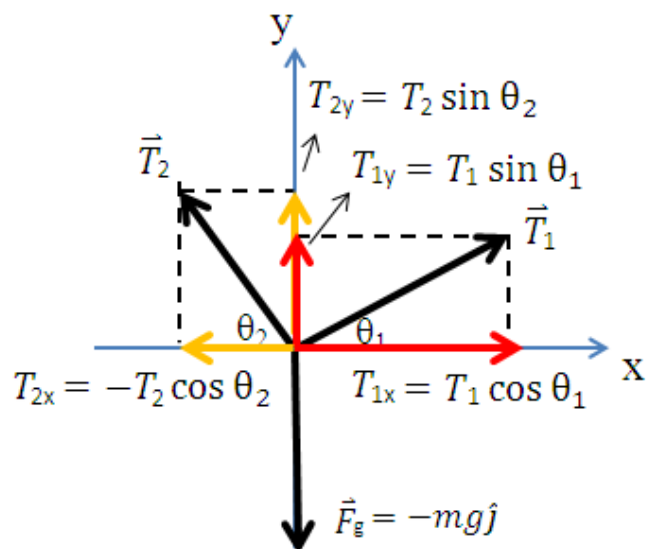
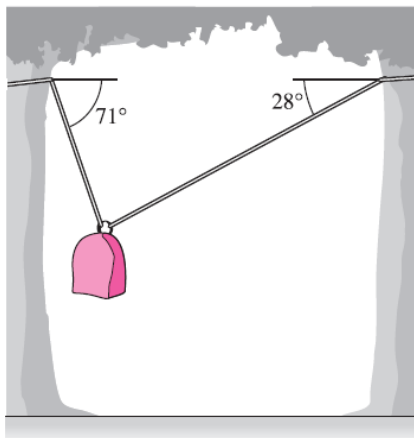
$$\text{當 } \mu_k = 0 \text{ 時, } t_1 = \sqrt{\frac{2 \times 100}{(\sin 28^\circ \times 9.8)}} = 6.59 \text{ s}$$

$$\text{當 } \mu_k = 0.17 \text{ 時, } t_2 = \sqrt{\frac{2 \times 100}{(\sin 28^\circ - 0.17 \times \cos 28^\circ) \times 9.8}} = 7.99 \text{ s}$$

$$t_2 - t_1 = 7.99 - 6.59 = 1.40 \text{ s}$$

17. 一位露營者用兩條不同長度的繩子，將 26 kg 的背包懸掛在兩顆樹之間如圖 5.31 所示，求每一條繩子的張力。

解：



$$x \text{ 方向合力 } T_{1x} + T_{2x} = 0 \Rightarrow T_1 \cos \theta_1 - T_2 \cos \theta_2 = 0 \quad (1)$$

$$y \text{ 方向合力 } T_{1y} + T_{2y} + F_{gy} = 0 \Rightarrow$$

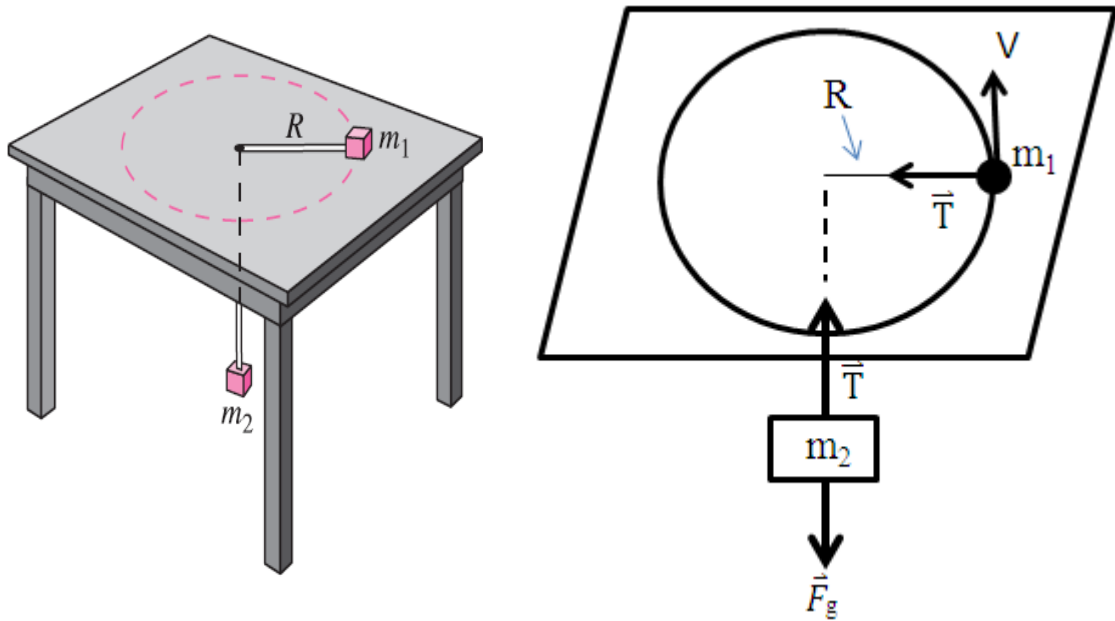
$$T_1 \sin \theta_1 + T_2 \sin \theta_2 - mg = 0 \quad (2)$$

$$\text{解方程組得 } T_1 = \frac{mg \cos \theta_2}{\sin(\theta_1 + \theta_2)} = \frac{26 \times 9.8 \times \cos 71^\circ}{\sin(28^\circ + 71^\circ)} = 83.99 \text{ N} \approx 84 \text{ N}$$

$$T_2 = \frac{mg \cos \theta_1}{\sin(\theta_1 + \theta_2)} = \frac{26 \times 9.8 \times \cos 28^\circ}{\sin(28^\circ + 71^\circ)} = 227.8 \text{ N} \approx 230 \text{ N}$$

18. 質量為 m_1 的物體在水平無摩擦的桌面上，沿著半徑 R 的圓形路線做等速率圓周運動，它由一條穿過桌面圓孔之輕質繩子與另一個質量為 m_2 的物體相連接，如圖 5.32 所示。當 m_2 靜止不動時，求下列兩者的關係式：(a) 繩子的張力，(b) 圓周運動的週期。

解：



對 m_1 ：

$$T = m_1 a = m_1 \frac{v^2}{R} \quad (1)$$

對 m_2 ：

$$T - m_2 g = 0 \quad (2)$$

(a) 由(2)得 $T = m_2 g$

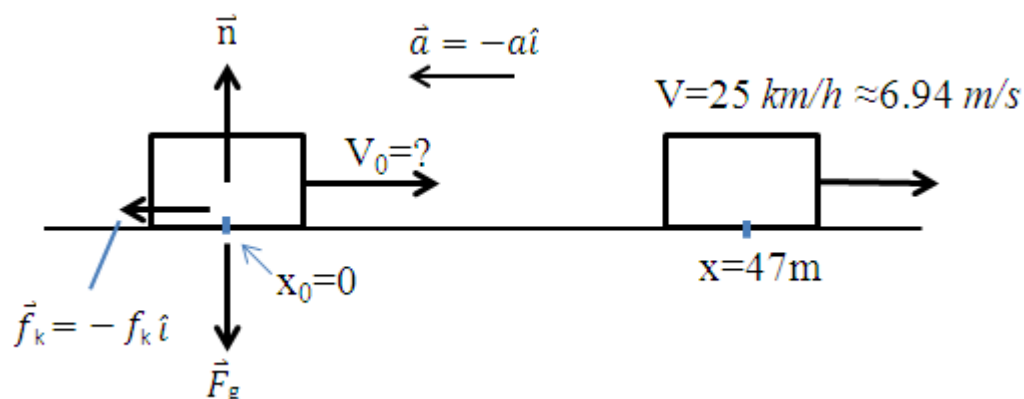
(b) 將張力 T 代回(1)， $\Rightarrow m_2 g = m_1 \frac{v^2}{R}$

$$\text{得 } v = \sqrt{\frac{m_2 g R}{m_1}}$$

$$\therefore \text{週期 } \tau = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi R}{\sqrt{\frac{m_2 g R}{m_1}}} = 2\pi \sqrt{\frac{m_1 R}{m_2 g}}$$

24. 一位交通警察調查車禍事故，他發現移動中的車子大約以 25 km/h 的速度撞上靜止中的車子，如果移動的車子在地面上留下長為 47 m 長的滑動痕跡，則移動的車子在煞車前的速率為多少？動摩擦係數為 0.71。

解：



垂直方向: $n - mg = 0 \Rightarrow n = mg$ (1)

水平方向: $f_k = ma$, 其中 $(f_k = \mu_k n)$ (2)

將(1)代入(2)得 $a = \mu_k g$

$$V^2 = V_0^2 - 2a(x - x_0) = V_0^2 - 2\mu_k g x$$

$$\therefore V_0 = \sqrt{V^2 + 2\mu_k g x} = \sqrt{6.94^2 + 2 \times 0.71 \times 9.8 \times 47} = 26.5 \text{ m/s}$$