

6. 你騎腳踏車從家裡出發，向北騎 24 km 花了 2.5 h，接著掉頭返回用 1.5 h 的時間直接騎回家。求 (a) 前 2.5 h 末的位移？ (b) 前 2.5 h 的平均速度？ (c) 回程的平均速度？ (d) 整個行程的位移？以及 (e) 整個行程的平均速度？

解：

(a) 前 2.5h 位移

$$\Delta x = x_1 - x_0 = 24 \text{ km} - 0 = +24 \text{ km} \text{ (+表示向北)}$$

(b) 前 2.5h 平均速度

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_1 - x_0}{t_1 - t_0} = \frac{24 \text{ km}}{2.5 \text{ h}} = 9.6 \text{ km/h (向北)}$$

(c) 回程平均速度

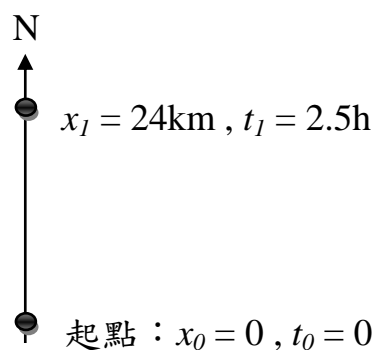
$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{0 - 24 \text{ km}}{1.5 \text{ h}} = -16 \text{ km/h (-表向南)}$$

(d) 整個行程的位移

$$\Delta x = x_2 - x_0 = 0 - 0 = 0$$

(e) 整個行程的平均速度

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_0}{t_2 - t_0} = \frac{0}{4.0 \text{ h}} = 0$$



(終點： $x_2 = 0, t_2 = 4.0 \text{ h}$)

8. 如圖 2.15 所示之運動，估計(a)正 x 方向的最大速度；(b)負 x 方向的最大速度；(c)物體瞬時靜止的所有時間；(d)整個顯示時間間隔內的平均速度。

解：

在某位置的速度是 $x-t$ 曲線上該點的切線斜率(亦即 $\frac{dx}{dt}$)

(a)正方向最大速度在 $t \approx 2$ s

$$v = \frac{dx}{dt} \approx \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{1.8 \text{ m}}{0.6 \text{ s}} = 3 \text{ m/s}$$

(b)負方向最大速度在 $t \approx 3.8$ s

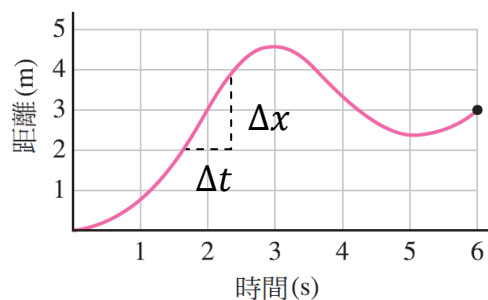
$$v = \frac{dx}{dt} \approx \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-1 \text{ m}}{0.7 \text{ s}} = -1.4 \text{ m/s}$$

(c)靜止時，切線斜率 = 0 (水平)

所以 $t = 3$ s 和 5 s

(d)總平均速度

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{3 \text{ m} - 0}{6 \text{ s} - 0} = 0.5 \text{ m/s}$$



9. 有一模型火箭垂直向上發射，其高度 y 為時間的函數： $y = bt - ct^2$ ，其中 $b = 82 \text{ m/s}$ ， $c = 4.9 \text{ m/s}^2$ ， t 為時間（以秒為單位）， y 的單位為公尺。(a)利用微分求出火箭以時間為函數的速度公式，(b)何時速度為零？

解：

$$y = bt - ct^2$$

$$(a) v = \frac{dy}{dt} = b - 2ct$$

$$(b) v = 0 \rightarrow b - 2ct = 0$$

$$\text{所以 } t = \frac{b}{2c} = \frac{82 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2 \times 4.9 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 8.4 \text{ s}$$

10. 地鐵火車從靜止開始先加速到 25 m/s 再煞車，已知啟動 48 秒後以 17 m/s 的速率在移動，試求這 48 s 間隔內的平均加速度是少？

解：

$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{17 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 0}{48 \text{ s}} = 0.35 \text{ m/s}^2$$

12. X 射線管提供電子在 15 cm 距離內做等加速度運動，如果電子的末速率為 1.2×10^7 m/s，試求 (a) 電子的加速度，(b) 其加速所花的時間？

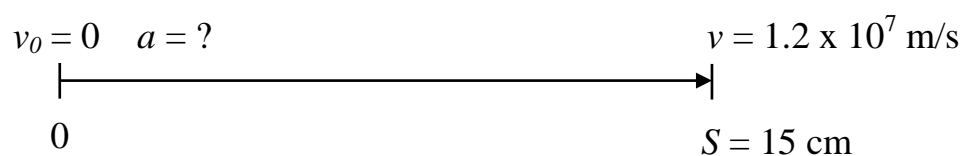
解：

$$(a) v^2 = v_0^2 + 2aS$$

$$\text{加速度 } a = \frac{v^2}{2s} = \frac{(1.2 \times 10^7 \text{ m/s})^2}{2 \times 0.15 \text{ m}} = 4.8 \times 10^{14} \text{ m/s}^2$$

$$(b) v = v_0 + at$$

$$\text{時間 } t = \frac{v}{a} = \frac{1.2 \times 10^7 \text{ m/s}}{4.8 \times 10^{14} \text{ m/s}^2} = 25 \times 10^{-9} \text{ s} = 25 \text{ ns}$$



13. 某輛汽車的初速率為 50 mi/h，在紅燈前 100 ft 開始以定速率減慢下來，如果要在紅燈前完全停止，試求其加速度大小應為多少？

解：

換算因數 1mi = 5280ft

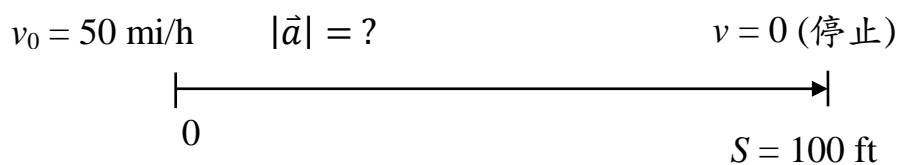
$$v_0 = 50 \frac{\text{mi}}{\text{h}} = 50 \frac{\text{mi}}{\text{h}} \times \left(\frac{5280 \text{ ft}}{1 \text{ mi}} \right) \times \left(\frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} \right) \approx 73.3 \text{ ft/s}$$

$$v^2 = v_0^2 + 2aS$$

$$\text{所以 } a = -\frac{v_0^2}{2s} = -\frac{\left(73.3 \frac{\text{ft}}{\text{s}}\right)^2}{2 \times 100 \text{ ft}} \approx -27 \text{ ft/s}^2$$

加速度大小 $|\vec{a}| = 27 \text{ ft/s}^2$

(課本的題目應改問加速度大小)



15. 有一個模型火箭以 49 m/s 垂直向上的速度離開地面，(a) 求其上升之最大高度？並求出它在 (b) 1.0 s，(c) 4.0 s，以及 (d) 7.0 s 時的速率和高度。

解：

(a) 最大高度 H

$$v^2 = v_0^2 - 2gH$$

$$H = \frac{v_0^2}{2g} = \frac{(49 \text{ m/s})^2}{2 \times 9.8 \text{ m/s}^2} = 122.5 \text{ m} \approx 120 \text{ m} \text{ (取二位有效數字)}$$

$$v(t) = v_0 - gt \text{ (取二位有效數字)}$$

$$y(t) = v_0 t - \frac{1}{2}gt^2 \text{ (取二位有效數字)}$$

(b) $t = 1\text{s}$

$$v(1\text{s}) = 49 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \times 1\text{s} = 39.2 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 39 \text{ m/s}$$

$$y(1\text{s}) = 49 \frac{\text{m}}{\text{s}} \times 1\text{s} - \frac{1}{2} \times 9.8 \times (1\text{s})^2 = 44.1 \text{ m} \approx 40 \text{ m}$$

(c)

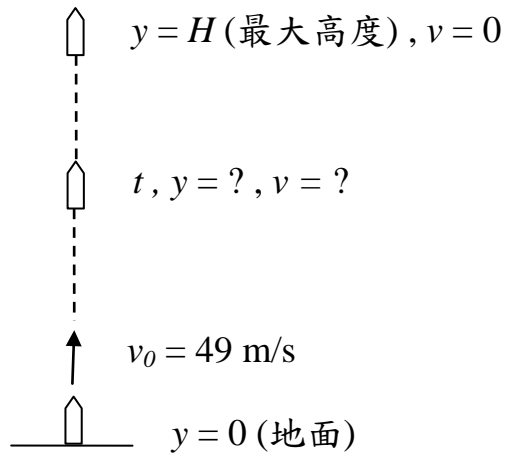
$$v(4) = 49 - 9.8 \times 4 = 9.8 \text{ m/s}$$

$$y(4) = 49 \times 4 - \frac{1}{2} \times 9.8 \times 4^2 = 117.6 \text{ m} \approx 120 \text{ m}$$

(d)

$$v(7) = 49 - 9.8 \times 7 = -19.6 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx -20 \text{ m/s}$$

$$y(7) = 49 \times 7 - \frac{1}{2} \times 9.8 \times 7^2 = 102.9 \text{ m} \approx 100 \text{ m}$$



26. 有兩位跳水者從 3.00 m 高的平台上起跳，其中一位先朝上以 1.80 m/s 的速率跳起，而另一位則等到前者下落到其高度時跨出跳台做自由下落，試求 (a) 兩者入水時速率各為多少？ (b) 哪一位先入水？他比另一位快了多久？

解：

(a) A 先向上跳，其初速度為 v_{A0} ，落入水的速度為 v_A ，跳台位置的座標 $y_0 = 3.00$ m，水面為 $y = 0$ ，則

$$v_A^2 = v_{A0}^2 - 2g(y - y_0)$$

$$v_A = -\sqrt{v_{A0}^2 - 2g(y - y_0)} \quad (\text{因為向下，故 } v_A \text{ 取負值})$$

$$= -\sqrt{1.80^2 - 2 \times 9.8 \times (0 - 3)} = -7.88 \text{ m/s}$$

題目問的是速率，亦即 v_A 的大小，故為 $|v_A| = 7.88$ m/s

同理，B 為自由落入水中之人，

$$v_B = -\sqrt{v_{B0}^2 - 2g(y - y_0)}$$

$$= -\sqrt{0^2 - 2 \times 9.8 \times (0 - 3)} = -7.67 \text{ m/s} (\text{因為向下，故 } v_B \text{ 取負值})$$

所以速率 $|v_B| = 7.67$ m/s

(b) A 落回跳台高度時有速度

$$v'_{A0} = -1.80 \text{ m/s (負表向下)}$$

時間歸零 $t_0 = 0$, A 和 B 分別於 t_A 和 t_B 時間後落水

$$\text{A 位置 } y_A(t) = y_0 + v'_{A0}t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$0 = 3 - 1.80t_A - \frac{1}{2} \times 9.8t_A^2$$

$$\text{所以 } t_A = 0.620 \text{ s}$$

同理，

$$\text{B 位置 } y_B(t) = y_0 + v'_{B0}t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$0 = 3 + 0 - \frac{1}{2} \times 9.8t_B^2$$

$$\text{所以 } t_B = 0.782 \text{ s}$$

$$t_B - t_A = 0.782 - 0.620 = 0.162 \text{ s}$$

A 比 B 早落入水面 0.162 s