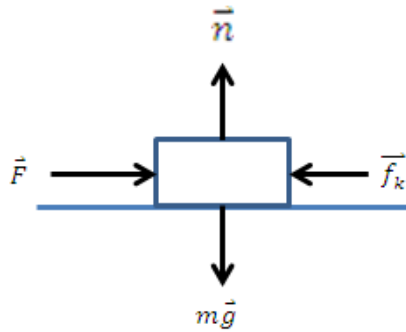


第七章 能量守恆(習題詳解)

5. 某質量為 m 的物體，分別沿著兩條路線從點 1 移動到點 2 如圖 7.14 所示，試分別計算摩擦力對此物體所做的功，已知摩擦係數 μ 在平面上為固定值。
(註：本圖位於水平面上)

解：



$$f_k = \mu_k mgL$$
$$W = \vec{f}_k \cdot \vec{d} = -\mu_k mgd$$

(a)

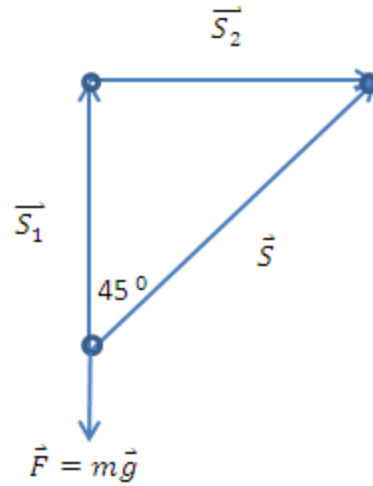
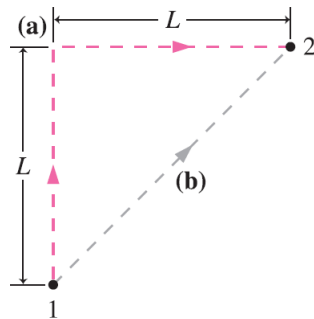
$$W_a = -\mu_k mgL + (-\mu_k mgL) = -2\mu_k mgL$$

(b)

$$\text{位移 } s = \sqrt{L^2 + L^2} = \sqrt{2}L$$

$$W_b = -\mu_k mgs = -\sqrt{2}\mu_k mgL$$

6. 現在假設圖 7.14 位於垂直面上，當某物體分別沿著圖中兩條路線從點1移動到點2，試分別計算重力對此物體所做功。



解：

(a)

$$\begin{aligned} W_a &= \vec{F}_g \cdot \vec{S}_1 + \vec{F}_g \cdot \vec{S}_2 \\ &= -mgL + 0 \\ &= -mgL \end{aligned}$$

(b)

$$\begin{aligned} W_a &= \vec{F}_g \cdot \vec{S} \\ &= mg(\sqrt{2}L) \cos 135^\circ \\ &= -mgL \end{aligned}$$

10. 一架質量為 10,000 kg 之海軍噴射機降落在航空母艦上時，抓住一條鋼索以減低滑行的速率，鋼索連結到彈性常數為 $k = 40 \text{ kN/m}$ 的彈簧，如果彈簧伸長了 25 m 時飛機停住，則飛機降落時的速率為多少？

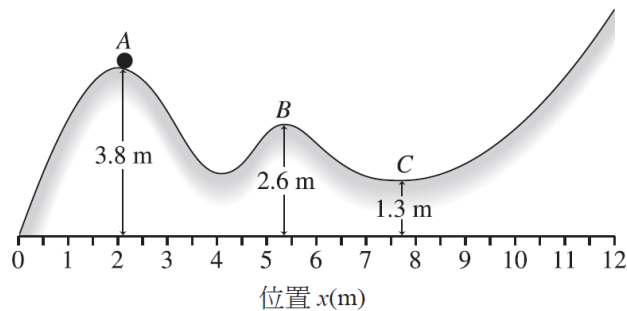
解：

飛機減少的動能=彈簧增加的位能

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}kx^2$$

$$\therefore v_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}x = \sqrt{\frac{40 \times 10^3}{10000}} \times 25 \text{ m/s} = 50 \text{ m/s}$$

14. 一個粒子沿著光滑的軌道從靜止開始，從 A 點靜止開始滑動，如圖 7.15 所示，求它 (a) 在 B 點的速率，(b) 在 C 點的速率，(c) 在曲線右邊之轉折點的大概位置。



解：

(a)

由機械能守恆：

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}mv_A^2 + mgy_A &= \frac{1}{2}mv_B^2 + mgy_B \\ \therefore v_B &= \sqrt{2g(y_A - y_B)} \\ &= \sqrt{2 \times 9.8 \times (3.8 - 2.6)} \text{ m/s} = 4.9 \text{ m/s} \end{aligned}$$

(b)

同理

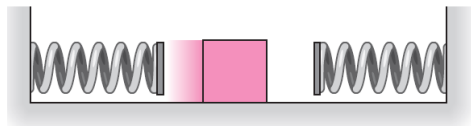
$$v_c = \sqrt{2g(y_A - y_c)}$$

$$= \sqrt{2 \times 9.8 \times (3.8 - 1.3)} \text{ m/s} = 7.0 \text{ m/s}$$

(c)

折返點的高度為 3.8m (即同 A 點高度)，大約在 $x \approx 11\text{m}$ 。

20. 在光滑的水平面上，質量為 200 g 的木塊於兩彈簧之間來回滑動，如圖 7.16 所示，左邊彈簧的彈性常數為 $k = 130 \text{ N/m}$ ，最大壓縮量為 16 cm，右邊彈簧則為 $k = 280 \text{ N/m}$ ，求 (a) 右邊彈簧之最大壓縮量，(b) 木塊在兩彈簧之間的速率。



解：

(a)

左邊彈簧的彈性能全部傳到右邊彈簧

$$\frac{1}{2} k_1 x_1^2 = \frac{1}{2} k_2 x_2^2$$

$$x_2 = \sqrt{\frac{k_1}{k_2}} x_1 = \sqrt{\frac{130}{280}} \times 0.16\text{m} = 0.11\text{m} \approx 11\text{cm}$$

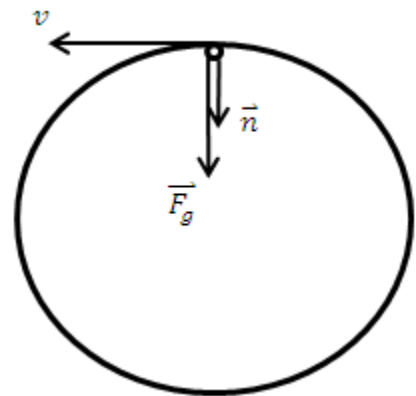
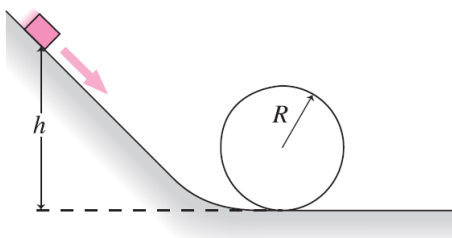
(b)

彈簧的位能全部轉換成木塊動能

$$\frac{1}{2}k_1x_1^2 = \frac{1}{2}mv^2$$

$$\therefore v = \sqrt{\frac{k_1}{m}x_1} = \sqrt{\frac{130}{0.2}} \times 0.16 \text{ m/s} = 4.1 \text{ m/s}$$

23. 一個木塊沿著斜坡滑下，再接到翻筋斗迴圈滑行，如圖 7.17 所示，求木塊從靜止開始滑行而可以繞行一圈之最低高度 h 。



解：

由牛頓第二運動定律

$$\begin{aligned} \Sigma \vec{F} &= m\vec{a} \\ mg + n &= m \frac{v^2}{R} \end{aligned}$$

$$v^2 = \frac{R}{m}(mg + n) \geq gR = v_{min}^2$$

(當 $n = 0$ 時，速度有最小值 $v_{min} = \sqrt{gR}$)

由機械能守恆

$$mg\dot{h} = mg(2R) + \frac{1}{2}mv^2$$
$$\dot{h} = \frac{1}{g}\left(2gR + \frac{1}{2}v^2\right) \geq \frac{1}{g}\left[2gR + \frac{1}{2}(\sqrt{gR})^2\right] = \frac{5}{2}R$$

32. 一個小孩從高度為 7.2 m 的光滑斜坡滑溜下來，底部為水平之粗糙表面，其動摩擦係數為 0.51，求她在水平面滑行的距離。

解:

$$\Delta U + \Delta K = W_{nc}$$
$$-mg\dot{h} + 0 = -\mu_k mgx$$
$$x = \frac{\dot{h}}{\mu_k} = \frac{7.2}{0.51} \text{ m} = 14 \text{ m}$$